Franck-Hertz Versuch

Markus Rosenstihl

1 Versuchsbeschreibung

Der Versuch wurde 1913 von James Franck und Gustav Ludwig Hertz zum ersten mal durchgeführt. Ziel des Versuches ist es, nachzuweisen, dass ein Atom nur diskrete Energien absorbieren bzw. emittierten kann. Trift ein Elektron auf ein Atom, so kann es dieses anregen, falls das Elektron die nötige Energie dafür besitzt. Bei der Anregung wird das Elektron in einen höheren Zustand als den Grundzustand gehoben. Es stellt sich heraus, dass die benötigte Energie gerade die Energie ist, die der Differenz zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand entspricht. Energien die nicht diesem Wert entsprechen, k onnen vom Atom nicht genutzt werden. Der Grund für diese indirekte Heizung liegt darin dass wir eine möglichst schmale homogene Geschwindigkeitsverteilung haben wollen. Bei direkter Heizung wäre die Verteilung ungefähr so breit wie die Heizspannung (hier: 5V). Da aber unsere Beschleunigungsspannung ebenfalls 5V beträgt würden viele Elektronen nicht die benötigte Energie aufnehmen. Die Elektronen werden durch ein äusseres elektrisches Feld beschleunigt, bei welchem wir die Beschleunigungsspannung regeln können. Man verwendet einen geschlossenen, evakuierten Behälter welcher ein Getter Material enthält um das Vakuum möglichst sauber zu halten. Die Röhre enthält auch noch Quecksilberdampf, der uns uns als Absorptionsmaterial dient. Dazu bedient man sich der Dampfdruckkurve des entsprechenden Gases. Sie wird durch die *Clausius-Clapeyron* Gleichung beschrieben.

$$p = p_0 \left(\exp\left[\frac{Q_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{c_p - \gamma}{R}} \right) \tag{1}$$

wobei Q_0 die Verdampfungsenergie und V_g bzw. V_{fl} das Volumen des Dampfes bzw. der Flüssigkeit ist, Stoßen die Elektronen mit den Hg-Atomen, kommt es zu einem Energieübertrag. Weil die Hg-Atome um den Faktor 4×10^5 schwerer sind als die Elektronen, kann man in guter Näherung sagen, dass die thermische Bewegung des Quecksilbers vernachlässigbar klein im Vergleich zu der der Elektronen ist. Wenn ein Teil der mechanischen Energie in andere Energieformen umgewandelt wird (Deformationsenergie, innere Anregung) handelt es sich um einen unelastischen Stoss. Bei einem Stoss wird $\Delta E = \frac{M_{Hg}}{M_{Hg}+m_{e^-}} E$ Energie übertragen, wobei E der Energie vor dem Stoss entspricht. Falls mechanische Gesamtenergie und Gesamtimpuls erhalten bleiben spricht man von einem elastischen Stoss. Da das Atom eine viel grössere Masse als das Elektron hat wird nahezu keine Energieübertragen. Die Elektronen werden an der Anode registriert, nachdem durch ein kleines Gegenfeld die Elektronen ausgefiltert werden welche auf ihrem Weg ein Atom angeregt haben.

2 Auswertung

2.1 Dampfdruck und freie Weglänge

Wir gehen davon aus dass 2 Phasen eines Stoffes koexistieren. Im Gleichgewicht haben beide Phasen das gleiche chemische Potential. Daraus folgt:

$$G_1(T,p) = G_2(T,p) \tag{2}$$

da dies für jeden Wert von T,P gelten muss gilt auch

$$G_1(T+dT, p+dp) = G_2(T+dT, p+dp) \tag{3}$$

Durch eine Taylorentwicklung 1. Ordnung der zweiten Formel erhält man:

$$\left[\left(\frac{\partial G_1}{\partial p}\right)_T - \left(\frac{\partial G_2}{\partial p}\right)_T\right] dp = -\left[\left(\frac{\partial G_1}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial G_1}{\partial T}\right)_p\right] dT \tag{4}$$

Mit Hilfe den Relationen

$$\left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = V \text{und} \left(\frac{\partial G}{\partial S}\right)_p = -S \tag{5}$$

folgt:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V2} = \frac{(\Delta S)_p}{(\Delta V)_T} \tag{6}$$

Wir können ΔV gut durch $V_g = \frac{RT}{p}$annähern weil das Volumen der Flüssigkeit sehr kein im Vergleich zum Gas ist. Mit $dS = \frac{dQ}{T} - V dp$ folgt schliesslich

$$\int_p^{p_0} \frac{1}{p} dp = \int_T^{T_0} \frac{Q_0 + (c_p - \gamma)}{RT^2} dT \tag{7}$$

wobei Q(T) in eine Taylorreihe 1. Ordnung entwickelt wurde und die Maxwell-Relation $c_p - \gamma = T\Delta S = \Delta Q$ verwendet wurde. Man erhält nach Integration schliesslich die *Clausius-Clapeyron* Gleichung

$$p = p_0 \left(\exp\left[\frac{Q_0}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right]\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{c_p-\gamma}{R}}\right) \tag{8}$$

Aus dieser Formel wurden die Werte das Gasdruckes bei 20°C und bei 200°C bestimmt. Dabei wurden folgende Werte verwendet:

$$\begin{aligned} Q_V &= 58.16\frac{kJ}{mol} \text{ bei } T_g = 630.15K \\ Q_0 &= 62.51\frac{kJ}{mol} \\ p_0 &= 0.16Pa \\ T_0 &= 293.15K \end{aligned}$$

Q_0 wurde durch $Q_V = Q_0 + (c_p - \gamma) \cdot T_g$ bestimmt, wobei T_g der Siedetemperatur von Quecksilber entspricht. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} p(T = 20) &= 0.16Pa \\ p(T = 200) &= 1855.8Pa \end{aligned}$$

Die freie Weglänge beschreibt die Strecke welche ein Teilchen zurücklegt bis es ein anderes Teilchen stösst. Sie ist definiert durch

$$\lambda = \beta \frac{1}{\eta \cdot \sigma} \tag{9}$$

wobei $\sigma = \pi (r_1 + r_2)^2$ dem Wirkungsquerschnitt und η der Teilchenzahldichte entspricht. Sie ist für ein ideales Gas durch das ideale Gasgesetz $pV = nRT$ definiert. α definiert einen Korrekturfaktor der von für Elektron-Atom-Stösse 1 und für Atom-Atom-Stösse hier $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ist. Da das Elektron als punktförmiges Teilchen aufgefasst wird kann dessen Radius vernachlässigt werden. Man erhält für Hg-Atome ($r_1 = 1.57$Å) folgende freie Weglängen:

$$\begin{aligned} \lambda_{Hg}(T = 20°C) &= 5.78cm \\ \lambda_{Hg}(T = 200°C) &= 7.87\mu m \\ \lambda_e(T = 20°C) &= 32.67cm \\ \lambda_e(T = 200°C) &= 45.46\mu m \end{aligned}$$

2.2 Beschleunigungs- und Ablenkspannung

Das Oszilloskop wurde so eingestellt dass es die Beschleunigungs- und Ablenkspannung gleichzeitig anzeigt. Der Verlauf ist im Anhang skizzziert. Die Beschleunigungsspannung entspricht der Netzspannung, also einem Sinus mit 50Hz. Jedoch wird durch getaktete Netzteile (vor allem Computer) der hochvoltige Teil abgegriffen um deres Kondensatoren zu laden und schneidet uns so die Spitze der Netzspannung ab. Es wird zudem auch nur die positive Halbwelle wiedergegeben, da die Spannung durch einen einfachen Gleichrichter gerichtet wird. Die Ablenkspannung wird durch einen Brückengelichrichter gerichtet. Dieses Bauteil besteht aus vier Dioden und hat die Eigenschaft die negative Welle umzupolen. Die ansteigende Flanke wurde elektronisch abgeschnitten, sobald die Spannung wieder abfällt gibt es erst kleine Schwankungen bevor das Signal stabil abfällt. Die Frequenz verdoppelt sich auf 100 Hz. Wenn man nun die Beschleunigungsspannung über der Ablenkspannung aufträgt erhält man eine Art Lissajou-Figur für $\phi = \pi$ aber nur 1/4-Periode. Beide Signale sind fallen bzw. steigen konstant, es gibt eine Gerade (I). Bei (*) Macht Signal 2 einen Sprung. Der Elektronenstrahl wandert nach links parallel zur x-Achse zum Ursprung zurück (II). Im Abschnitt (III) ist das Ablenksignal konstant und die Beschleunigungsspannung nimmt ab. Dies zeichnet eine Linie parallel zur y-Achse. Bei (*) springt das Signal zurück zum Ursprung es zeichnet sich ein heller Punkt ab, da in Abschnitt (4) beide Signale konstant bleiben und der Elektronenstrahl nicht bewegt wird.

2.3 Franck-Hertz-Kurve

Das Oszilloskop wurde als xy-Schreiber verwendet um festzustellen wie viele Umdrehungen wir mit dem Drehpotentiometer machen können bis die Kurve aufgrund von Ionisation der Hg-Atome zusammenbricht. Wir stellten fest dass wir ca. 2.5 Umdrehungen des 10-Gang Potentiometers machen dürfen. Wir konnten auch den Abstand einiger Maximas bei einer Ofentemperatur von 224°C bestimmen:

$$\begin{aligned} \Delta U_{12} &= 5\text{V; 2 mal gemessen} \\ \Delta U_{01} &= 4.8\text{V} \end{aligned}$$

Daraus folgt ein Mittelwert von 4.93 V was in etwas dem Literaturwert (4.9 V) entspricht. Als nächstes wurde die Franck-Hertz-Kurve auf dem xy-Schreiber aufgenommen. Dazu wurde die Beschleunigungsspannung von Hand langsam erhöht. Zuerst wurde alle 5V ein Kalibrationspunkt aufgezeichnet. Es wurden zwei Kurven bei verschiedenen Temperaturen aufgezeichnet. Bei 147°C gibt es 4 Peaks mit einer durchschnittlichen Anregungsenergie von 4.97±0.4eV was sehr gut mit dem Literaturwert übereinstimmt. Bei 217°C gab es 5 Peaks mit einer durchschnittlichen Anregungsenergie von 4.6±0.4eV Für die Temperatur bei welcher Minimum und Maximum nicht mehr unterscheidbar haben wir einen Wert von etwa 99°C bestimmt . Jedoch haben wir nur bei fallender Temperatur gemessen. Es gibt einen Hystereseeffekt welcher nicht berücksichtigt wird, da er sehr gering sei. Wir erhalten für den Druck und die freie Weglänge:

$$\begin{aligned} p(T = 99°C) &= 45.69\text{Pa} \\ \lambda_e &= 1.45 \cdot 10^{-03}\text{m} \\ \lambda_{Hg} &= 2.57 \cdot 10^{-04}\text{m} \end{aligned}$$

Bei niedrigerer Temperatur wird sich die bekannte $U^{\frac{3}{2}}$-Proportionalität der Kennlinie im Raumladungsbetrieb ausbilden.

2.4 Energieunschärfe

Die Elektronen verlieren auf ihrem Weg zur Kathode Energie durch elastische Stösse. Zudem wird ihre Energieverteilung durch die Bewegung der Atome verbreitert. Laut Anleitung müssen wir für die Energieverlust folgende Formel verwenden

$$W = 2\langle eU \rangle \frac{m}{M} \pm 2\sqrt{\frac{L}{\lambda}\langle eU \rangle \cdot k_B T \frac{m}{M}} \tag{10}$$

Mit

$$\begin{aligned} L &= 1cm \\ p(T = 147°C) &= 276.1Pa \\ p(T = 217°C) &= 3128.7Pa \\ \lambda(T = 147°C) &= 27.13cm \\ \lambda(T = 217°C) &= 27.94\mu m \\ N(T = 147°C) &= 32865 \\ N(T = 217°C) &= 320124 \end{aligned}$$

erhalten wir für die Energieverluste und Energieunschärfe der Elektronen:

$$dW(T = 147°C) = 2.29 \pm 0.41eV \tag{11}$$

$$dW(T = 217°C) = 28.85 \pm 1.56eV \tag{12}$$

Was zeigt dass die Energieunschärfe in der Tat noch viel kleiner als die Anregungsenergie ist. Jetzt wollen wir noch die Temperatur bestimmen bei welcher die Energieunschärfe der Elektronen gerade gleich der Anregungsenergie (4.9eV) ist. Die Temperatur wurde graphisch zu 697K bestimmt (siehe Anhang) dazu wurde der Graph:

$$\Delta E = 2 \cdot \sqrt{\sigma L p_0 \left(\exp\left[\frac{Q_0}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right] \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{c_p - \gamma}{R}} \right) \langle eU \rangle \sqrt{2\frac{m}{M}}} \tag{13}$$

gezeichnet und der T Wert beim Schnittpunkt mit 4.9eV abgelesen.

2.5 Feldstärke

Um die Feldstärke zu bestimmen, bei welcher die Elektronen genügende kinetische Energie haben um inelastisch zu stoßen, muss man beachten dass die kinetische Energie der Elektronen nicht von der Driftgeschwindigkeit, sondern von der eigentlichen Teilchengeschwindigkeit abhängt.

$$W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}eE\lambda\sqrt{\frac{m}{2M}} \tag{14}$$

Durch umstellen nach der Feldstärke E erhalten wir schliesslich:

$$E = 2 \cdot W_{kin} \frac{e}{\lambda} \sqrt{\frac{2M}{m}} \tag{15}$$

Die Feldstärken für verschieden freie Weglängen sind:

$$\begin{aligned}
E(T = 20.00°C) &= 0.00V/cm \\
E(T = 99.00°C) &= 0.15V/cm \\
E(T = 147.00°C) &= 1.49V/cm \\
E(T = 200.00°C) &= 10.91V/cm \\
E(T = 217.00°C) &= 18.85V/cm
\end{aligned}$$

Hier sind alle berechneten Werte aufgelistet

$$\begin{aligned}
\lambda_e(T = 20.00°C) &= 3.27e-01m \\
\lambda_{Hg}(T = 20.00°C) &= 5.77e-02m \\
N_e(T = 20.00°C) &= 8.21e+01 \\
N_{Hg}(T = 20.00°C) &= 4.65e+02 \\
dW(T = 20.00°C) &= 0.00+/-0.01eV \\
E(T = 20.00°C) &= 0.00V/cm
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_e(T = 99.00°C) &= 1.45e-03m \\
\lambda_{Hg}(T = 99.00°C) &= 2.57e-04m \\
N_e(T = 99.00°C) &= 1.85e+04 \\
N_{Hg}(T = 99.00°C) &= 1.05e+05 \\
dW(T = 99.00°C) &= 0.23+/-0.12eV \\
E(T = 99.00°C) &= 0.15V/cm
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_e(T = 147.00°C) &= 1.47e-04m \\
\lambda_{Hg}(T = 147.00°C) &= 2.59e-05m \\
N_e(T = 147.00°C) &= 1.83e+05 \\
N_{Hg}(T = 147.00°C) &= 1.03e+06 \\
dW(T = 147.00°C) &= 2.29+/-0.41eV \\
E(T = 147.00°C) &= 1.49V/cm
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_e(T = 200.00°C) &= 2.01e-05m \\
\lambda_{Hg}(T = 200.00°C) &= 3.55e-06m \\
N_e(T = 200.00°C) &= 1.34e+06 \\
N_{Hg}(T = 200.00°C) &= 7.56e+06 \\
dW(T = 200.00°C) &= 16.70+/-1.17eV \\
E(T = 200.00°C) &= 10.91V/cm
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_e(T = 217.00°C) &= 1.16e-05m \\
\lambda_{Hg}(T = 217.00°C) &= 2.06e-06m \\
N_e(T = 217.00°C) &= 2.31e+06 \\
N_{Hg}(T = 217.00°C) &= 1.31e+07 \\
dW(T = 217.00°C) &= 28.85+/-1.56eV \\
E(T = 217.00°C) &= 18.85V/cm
\end{aligned}$$