Ausarbeitung zum F-Praktikum
A 4.4 Holographie

von Markus Rosenstihl
eMail: rosenst@prp.physik.tu-darmstadt.de
Versuchspartner: Markus Merkel
Betreuer: Viktor Petrov

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung **2**

2 Versuch **2**

3 Ausarbeitung **3**
3.1 Beugungsordnungen 3
3.2 Schwingungsfähige Moden des Lasers 3
3.3 Interferenzkontrast 5
3.4 Interferenzkontrast vieler Moden 5
3.5 Hologramm einer Punktlichtquelle 6
3.6 Rekonstruktion des Hologrammes 6
3.7 Aufnahme eines 3D-Objektes 8

1 Vorbereitung

In diesem Versuch behandeln wir die Holographie. Die Holographie hat viele Anwendungsbereiche. Zum einen lassen sich Motive dreidimensional speichern und wieder darstellen. Ein andre Möglichkeit sind die Hologramme wie man sie auf CDs oder Kreditkarten und Geldscheinen kennt. Ein Feld welches noch erforscht wird ist die Datenspeicherung in Kristallen, welche eine enorme Datendichte versprechen. Die Holographie wurde 1948 von Dennis Gabor entwickelt und erforscht. Für diese Leistungen erhielt er 1971 den Nobelpreis für Physik. Er musste jedoch noch auf die Erfindung des Lasers warten um eine extrem kohärente und starke Lichtquelle zu haben. Der grosse Unterschied zum Photo ist, dass man auf einem Photo lediglich die Amplituden speichert und man dadurch eine zweidimensionale Aufzeichnung erhält. Die Phaseninformation wurde zerstört. Bei einem Hologramm hingegen wird durch einen Referenzstrahl ein Interferenzmuster auf gezeichnet, welches durch den Referenzstrahl wieder exakt reproduziert werden kann, wobei das Hologramm dann als beugendes Gitter wirkt. Aus diesem Grund braucht man Lichtquellen mit einer hohen räumlichen Kohärenz, z.B Laser.

2 Versuch

Im ersten Teil des Versuchs sollten wir ein Punkthologramm mit zwei verschiedenen Referenzwellen, einer kugelförmigen und einer ebenen, erzeugen. Die kugelförmige Welle erhalten wir in dem wir eine Linse mit f=35cm in den Strahlengang stellen. Eine Linse im Gegenstandsstrahlengang erzeugt uns das punktförmige Objekt.

Im zweiten Teil des Versuchs wurde ein Hologramm eines 3-dimensionalen Objektes aufgenommen und durch eine Referenzquelle reproduziert. Das Objekt wird in den Strahlengang (hinter die Photoplatte) gesetzt. Nach der Entwicklung der Photoplatte wird das Objekt zur Rekonstruktion entfernt. Die Mikrolinse bündelt den Laserstrahl. Um die Inhomogenitäten des Lasers und Linsenfehler der Mikrolinse zu entfernen wird ein Raumfilter (Lochblende) in den Brennpunkt der Mikrolinse gestellt. Dieser wirkt wieder als Punktquelle die im Brennpunkt einer zweiten Linse steht welche den Strahl aufweitet.

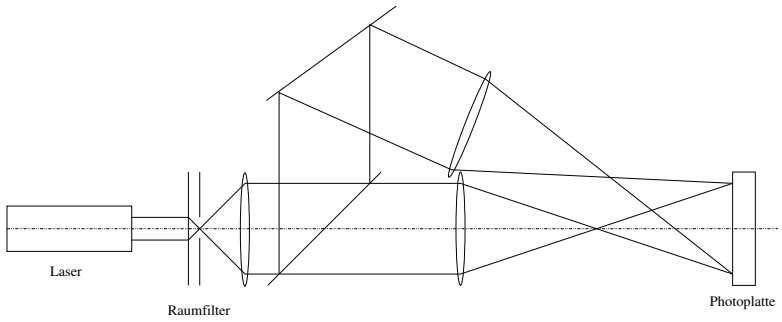


Abbildung 1: **Holographische Aufnahme einer Punktquelle**

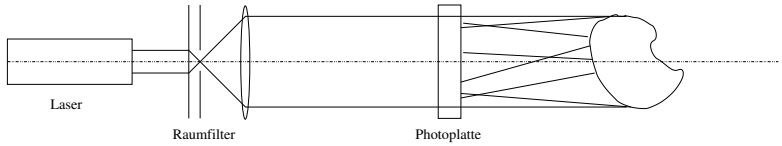
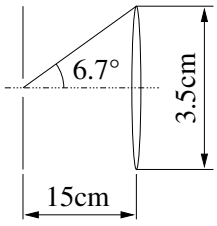


Abbildung 2: **Holographische Aufnahme eines 3D Objektes**

3 Ausarbeitung

3.1 Beugungsordnungen



Der Raumfilter entfernt nicht nur die Fehler, sondern er sorgt auch für Beugungseffekte[1]. Man kann die Beugungsordnungen mit der Formel für Interferenzmaxima vom Einzelspalt abschätzen:

$$\sin(\alpha_n) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} = 92 \qquad (1)$$

3.2 Schwingungsfähige Moden des Lasers

Der Laser muss zwischen den Spiegeln eine stehende Welle ausbilden. Dazu muss die emitierte Wellenlänge der Randbedingung $L = n\,\frac{\lambda_n}{2}$ genügen, wobei

[1]Die anderen Linsen erzeugen auch Beugungseffekte, jedoch ist der Raumfilter die kleinste Öffnung, und hat somit den stärksten Effekt

L=11cm die Länge des Resonators ist. Mit $c = f\lambda$ folgt daraus $f_n = \frac{nc}{2L}$. Somit ist die Frequenzdifferenz zwischen zwei stehenden Wellen gegeben durch:

$$\Delta f_L := f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2L} = 1.36GHz \tag{2}$$

Für den Dopplereffekt bei Licht findet man

$$f = f_o(1 + \frac{v}{c}) => v = c(\frac{f}{f_o} - 1) \tag{3}$$

Die Geschwindigkeitsverteilung der Atome im He-Ne-Gas ist[2]

$$f(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_b T}} e^{-\frac{mc^2}{2k_b T}\left(\frac{\nu_s}{\nu_m - 1}\right)^2} \tag{4}$$

Die Halbwertsbreiten kann man wie folgt bestimmen:

$$\frac{1}{2} = f\left(\nu_s + \frac{1}{2}\Delta\nu_s\right) \tag{5}$$

$$\Delta\nu_s = \frac{2\nu_s}{1 + \sqrt{\frac{mc^2}{2k_b T \ln 2}}} \tag{6}$$

Setzt man hier $m = m_{Ne} = 20.18\frac{g}{N_a}$, $R = k_B N_a = 8.31\frac{J}{Kmol}$, $f_o = \frac{c}{632.8nm}$ und $T = 1000K$, so erhält man

$$\begin{aligned}
\Delta f &= 2f_o \sqrt{\frac{2\ k_B\ T}{m\ c^2} \ln 2} \\
&= 2f_o \sqrt{\frac{2\ R\ T}{m_{mol}\ c^2} \ln 2} \\
&= 2\frac{1}{632.8nm}\sqrt{\frac{2 \cdot 8.31 \cdot 1000}{20.18}\frac{J}{g}} \\
&= 0.0907 \cdot 10^9 m^{-1}\sqrt{\frac{kgm^2}{s^2 g}} \\
&= 2.87GHz
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die Anzahl der schwingungsfähigen Moden zu $\frac{\Delta f}{\Delta f_L} = \frac{2.87GHz}{1.36GHz} = 2.11$. Also existieren zwei schwingungsfähige Moden

[2]Die Doppler-Verschiebung $\nu_s = \nu_m\left(1 \pm \frac{v_s}{c}\right)$ schon eigesetzt

3.3 Interferenzkontrast

Um die Interferenzkontraste zu berechnen, die vom Auge wahrgenommen werden, setzt man je Mode eine Referenz- und eine Gegenstandswelle an. Da das Auge nur Intensitäten und diese nur mit einer begrenzte zeitliche Auflö sung sehen kann, muss man zeitlich mittelnMan erhält durch eine längere Rechnung

$$< I >= 2E_0 \left[1 + \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x\right)\cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2}x\right)\right] \tag{7}$$

Wobei x der Gangunterschied zwischen Referenz- und Objektwelle ist. Die Kontrastfunktion ist laut Versuchsbeschreibung:

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{8}$$

Setzt man für die Intensität den schnellen Term gleich eins fürs Maximum, bzw. minus eins fürs Minimum- denn die Einhüllende beschreibt die Extrema- so erhält man.

$$K = \frac{\left|\cos\left(\frac{k_1-k_2}{2}x\right)\right| + \left|\cos(\frac{k_1-k_2}{2}x)\right|}{2 + \left|\cos(\frac{k_1-k_2}{2}x)\right| - \left|\cos(\frac{k_1-k_2}{2}x)\right|} = \left|\cos(\frac{k_1 - k_2}{2}x)\right|. \tag{9}$$

Das Maximum dieser Funktion erfüllt:

$$\frac{k_1 - k_2}{2}x_{\max} = n\pi => x_{\max} = n\frac{2\pi}{\Delta k} = n\Delta\lambda = n\frac{c}{\Delta f_n} = n \cdot 2L \tag{10}$$

Im letzten Schritt wurde die Randbedingung einer stehenden Welle im Resonator des Lasers benutzt.

3.4 Interferenzkontrast vieler Moden

Man erhält durch ähnliche Rechnung das selbe Ergebnis wie durch zwei Moden wenn man die gleiche Rechnung wie zuvor mit jeweils sovielen Referenz- und Gegenstandswellen durchführet, wie man Moden hat. Theoretisch kann man mit endlich vielen Moden immer einen Wegunterschied finden, so dass alle die gleiche Phase besitzen. Praktisch führt dies aber zu unnötigen Komplikationen, da die Peaks schmaler werden und somit schlechter zu vermessen sind.

3.5 Hologramm einer Punktlichtquelle

Um das Hologramm einer Punktlichtquelle mit Hilfe einer Kugelwelle aufnehmen zu können, werden in beide Strahlengänge Linsen gebracht. Diese wandeln die einfallenden ebenen Wellen in Kugelwellen um. Der gerade Strahl dient dabei als Referenzstrahl und wird anschließend auch zur Rekonstruktion des Hologramms verwendet. Im Objektstrahl dient die Linse als Punktlichtquelle und muss daher einen genauen Abstand zur Fotoplatte haben. Dieser Abstand entspricht der Brennweite der verwendeten Linse. Für die Aufnahme wurde der Raum verdunkelt und die Fotoplatte für ca. 1 Sekunde belichtet. Anschließend wurde das aufgenommen Hologramm (Bild) bei völliger Dunkelheit entwickelt.

3.6 Rekonstruktion des Hologrammes

Um das Bild zu rekonstruieren muss man den Strahlteiler aus dem Strahlengang entfernen. Mit Hilfe des Referenzstrahles das Hologramm nun rekonstruiert. Dabei kann man hinter dem Hologramm zwei reelle Bilder sehen, welche nach dem Abbildungsgesetz

$$\left(\frac{1}{z_B} - \frac{1}{z_C}\right)_{l,r} = \pm\left(\frac{1}{z_G} - \frac{1}{z_R}\right) \tag{11}$$

einen bestimmten Abstand haben. Um dieses Gesetz zu überprüfen wurde für zwei verschiedene Linsen mit $f_1 = 25\text{cm}$ und $f_1 = 50\text{cm}$ jeweils der Abstand Linse-Hologramm und Hologramm-Schirm gemessen. Mit den Werten wurde eine Graphik mit gemessenen und theoretischen Werten erstellt. Es gilt:

$$z_{B_{l.r}} = \text{Bildweite des linken, rechten Bildes} \tag{12}$$

$$z_g = 35\text{cm; Gegenstandsweite} \tag{13}$$

$$z_c = f_{1,2} - \overline{Linse - Hologramm} \tag{14}$$

$$z_R = \infty \tag{15}$$

Somit stimmen unsere Messungen ganz gut mit der Theorie überein, jedoch sieht es so aus als ob die Linse nicht wirklich eine Brennweite von 35cm hat. Andernfalls kann man den Offset nicht erklären.

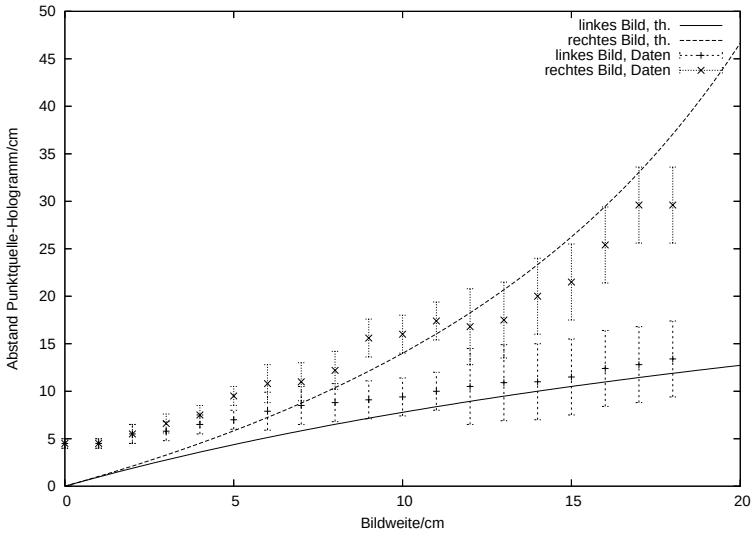


Abbildung 3: **Abbildungsgesetz für die Linse mit f=25cm**

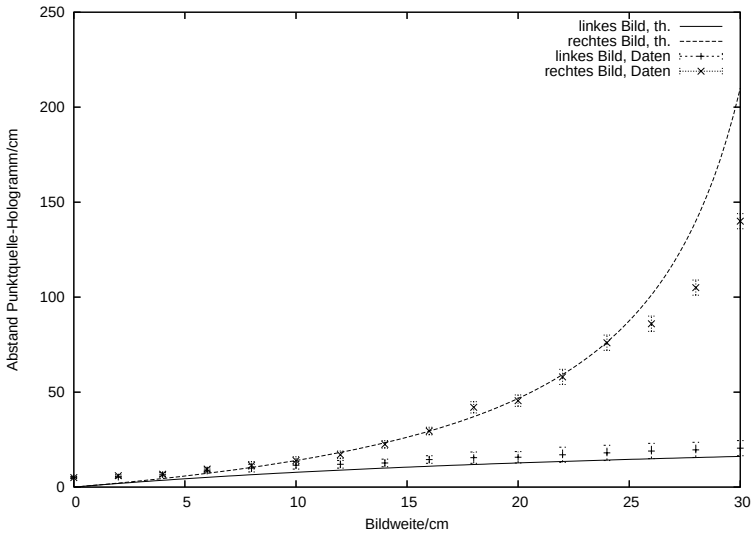


Abbildung 4: **Abbildungsgesetz für die Linse mit f=50cm**

3.7 Aufnahme eines 3D-Objektes

Die Aufnahme eines dreidimensionalen Objekts kann auf verschiedene Art und Weise geschehen. Der Unterschied besteht dabei jedes mal im Strahlengang von Referenz- und Objektstrahl. Dank der durchsichtigen Fotoplatte war es möglich den ganzen Strahl als Referenzstrahl auf der Platte aufzunehmen und danach auf das Objekt fallen zu lassen. Das diffus gestreute Licht wird dann teilweise in die Platte zurückgestreut und dort ebenfalls aufgenommen. So erhält man nun eine Aufnahme bei der sich Referenz- und Objektstrahl §berlagern und interferieren. Also ein Hologramm. Ein Vorteil diese Aufbaus ist, das die zur Verf§gung stehende Intensität §berall recht grog̈ ist, während bei Aufbauten mit Strahlteiler die Intensität der beiden Strahlen nat§rlich kleiner sind. Für die Aufnahme wurde das Objekt wie beschrieben positioniert und dann bei Dunkelheit ca. 5 Sekunden belichtet. Danach wurde die Fotoplatte wieder entwickelt, das Objekt aus dem Strahl entfernt und mit Hilfe der ebenen Welle das Hologramm sichtbar gemacht. Man konnte das Bild sehr gut rekonstruieren; ein beeindruckendes Ergebnis.